

計量経済学（上級講義）2，基礎研究 D：計量分析 2 期末試験

担当教員名：北村 友宏

2026 年 1 月 20 日

注意：解答言語は，日本語または英語に限る．

1. 以下の専門用語の定義を式または言葉で書きなさい．（20 点）

- (a) 個票データ
- (b) 標本調査
- (c) 実現値
- (d) 不偏性
- (e) 第 2 種の誤り
- (f) 標準誤差
- (g) 自由度修正済み決定係数
- (h) Breusch-Pagan 検定
- (i) 内生性バイアス
- (j) 対照群

2. 大きさ n の無作為標本 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の標本平均を $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ とするとき，以下の問いに答えなさい．（20 点）

- (a) 母平均を μ とする．

$$E(\bar{X}) = \mu$$

を証明しなさい．

- (b) 母分散を σ^2 とする．

$$V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

を証明しなさい．

3. minshu_i を i 番目の個人の，旧民主党に対する支持感情（1 から 101 までの数字で表したもの，大きいほど支持が強い，単位：ランク）， yeduc_i を i 番目の個人の修学年数（単位：年）として，4 種類のミナー方程式をそれぞれ OLS で推定した．このとき，以下の問いに答えなさい．（20 点）

- (a) ログ＝ログ・モデルを推定すると，予測式が

$$\widehat{\ln \text{minshu}_i} = 2.320 + 0.480 \ln \text{yeduc}_i$$

となった．この場合の， $\ln \text{yeduc}_i$ の回帰係数の解釈を述べなさい．

- (b) レベル＝ログ・モデルを推定すると，予測式が

$$\widehat{\text{minshu}_i} = 31.436 + 5.356 \ln \text{yeduc}_i$$

- となった。この場合の、 $\ln yeduc_i$ の回帰係数の解釈を述べなさい。
(c) ログ＝レベル・モデルを推定すると、予測式が

$$\widehat{\ln minshu_i} = 3.120 + 0.033yeduc_i$$

- となった。この場合の、 $yeduc_i$ の回帰係数の解釈を述べなさい。
(d) レベル＝レベル・モデルを推定すると、予測式が

$$\widehat{minshu_i} = 40.179 + 0.382yeduc_i$$

- となった。この場合の、 $yeduc_i$ の回帰係数の解釈を述べなさい。
4. パネルデータを用いて、モデル

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_X x_{it} + \beta_D d_i + \mu_i + \varepsilon_{it}$$

- を推定したい。 y_{it} と x_{it} は個体および時点の間で異なる。他方、 d_i は個体の間で異なるが時点を通じて一定である。また、 μ_i は個体の個別効果、 ε_{it} はその他効果である。このとき、以下の問いに答えなさい。(20 点)
- (a) 固定効果モデルを仮定した場合、 β_X と β_D のうち、推定できない係数はどれかを答え、それを推定できない理由を説明しなさい。
- (b) 変量効果モデルを仮定して推定し、「 β_X と β_D はどちらも 0」という帰無仮説を検定したところ、検定統計値が 1.98、 p 値が 0.14 となった。有意水準を 10% とすると、検定結果からどのように判断されるかを答えなさい。
5. アメリカのカリフォルニア大学サンディエゴ校のメディカルスクール（学部卒業後に入学可能）入試の可否に影響を与える要因を分析したい。そのために、志願者 60 人のデータを用いて、以下の 2 値プロビット・モデル

$$\Pr(\text{Accept}_i = 1 \mid \text{GPA}_i, \text{Age}_i, \text{Gender}_i) = \Phi(\beta_0 + \beta_1 \text{GPA}_i + \beta_2 \text{Age}_i + \beta_3 \text{Gender}_i)$$

を推定する。ただし、 i は志願者の番号、 Accept_i は合格すれば（入学が許可されれば）1 を、そうでなければ 0 をとるダミー変数、 GPA_i は学部での累積 GPA (0 から 4 の値)、 Age_i は年齢（単位：歳）、 Gender_i は男性であれば 1 を、女性であれば 0 をとるダミー変数である。推定結果は以下のようになった。

	偏回帰係数	z 値	限界効果	
GPA	0.8768	2.62	0.3498	***
年齢	-0.0304	-0.56	-0.0121	
男性ダミー	0.2245	0.65	0.0894	
定数項	-1.9687	-1.33		

- ただし、表中の***は、有意水準 1% で統計的に有意に 0 と異なることを表す。このとき、以下の問いに答えなさい。(20 点)
- (a) 推定結果から、GPA の限界効果はどのように解釈できるかを答えなさい。
- (b) 有意水準 1% の両側検定の結果、係数が 0 でないと判断されるものはどれかを答えなさい。

解答例・採点基準

1. (a) 個人，家計，事業所，企業などの観測単位からなるデータ
- (b) 標本のみを調査すること
- (c) 確率変数がランダムに変化した結果，実際に出現した値
- (d) 期待値が母数に等しいという性質
- (e) H_0 が偽なのに採択すること
- (f) 標準偏差の推定値
- (g) $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n-1}{n-k-1}$
- (h) 残差の 2 乗を元のモデルのすべての説明変数に補助回帰し，その定数項を除くすべての説明変数の（偏）回帰係数が 0 であることを H_0 とする検定
- (i) 説明変数に内生変数が含まれることによって生じる OLS 推定量の偏り
- (j) 処置されないグループ

【採点基準】

- 各 2 点.
 - (b) は，「のみ」が入っていないならば 1 点．標本抽出や統計的推測の説明は 0 点．
 - (c) は，「ランダムに変化した結果」がなくてもよい．「実際に出現した」を「実際に出現する」としてもよい．
 - (f) は， $s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e_i^2}$ でもよい．「標準偏差の推定量」は 1 点．
 - (i) は，「OLS 推定量の」がなければ 1 点．偏り（バイアス）の説明でなければ 0 点．
 - (j) は，「処置されない」を「処置しない」とすると 1 点．
2. (a) (証明)

$$\begin{aligned}
 E(\bar{X}) &= E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) \\
 &= E\left(\frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right) \\
 &= \frac{1}{n} \cdot E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \\
 &= \frac{1}{n} \cdot \{E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)\} \\
 &= \frac{1}{n} \cdot (\mu + \mu + \cdots + \mu) \\
 &= \frac{1}{n} \cdot n\mu \\
 &= \mu. \quad (\text{証明終})
 \end{aligned}$$

【採点基準】

- 証明の始まりを明記して 1 点．
- $\bar{X}$ に $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ を代入して 1 点．
- $E\left(\frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right)$ まで導出して 1 点．

- $\frac{1}{n} \cdot E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ まで導出して 1 点.
- $\frac{1}{n} \cdot \{E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)\}$ まで導出して 1 点.
- $E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n) = \mu$ を代入して 2 点.
- $\frac{1}{n} \cdot n\mu$ まで導出して 1 点.
- μ まで導出して 1 点.
- 証明の終わりを明記して 1 点.

(b) (証明)

$$\begin{aligned}
 V(\bar{X}) &= V\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) \\
 &= V\left(\frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right) \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \\
 &= \frac{1}{n^2} \cdot V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n).
 \end{aligned}$$

無作為標本なら $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ は互いに独立なので, $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ は互いに無相関である.
よって,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{n^2} \cdot V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) &= \frac{1}{n^2} \cdot \{V(X_1) + V(X_2) + \cdots + V(X_n)\} \\
 &= \frac{1}{n^2} \cdot (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots + \sigma^2) \\
 &= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 \\
 &= \frac{\sigma^2}{n}. \quad (\text{証明終})
 \end{aligned}$$

【採点基準】

- 証明の始まりを明記して 1 点.
- $\bar{X}$ に $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ を代入して 1 点.
- $V\left(\frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right)$ まで導出して 1 点.
- $\frac{1}{n^2} \cdot V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ まで導出して 1 点.
- 無作為標本なら $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ は互いに独立であることを説明して 1 点.
- $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ は互いに無相関であることを説明して 1 点.
- $\frac{1}{n^2} \cdot \{V(X_1) + V(X_2) + \cdots + V(X_n)\}$ まで導出して 1 点.
- $V(X_1) = V(X_2) = \cdots = V(X_n) = \sigma^2$ を代入して 1 点.
- $\frac{\sigma^2}{n}$ まで導出して 1 点.
- 証明の終わりを明記して 1 点.

3. (a) 修学年数が 1% 長くなると, 旧民主党に対する支持感情は平均して 0.48% 高くなる傾向がある.
(b) 修学年数が 1% 長くなると, 旧民主党に対する支持感情は平均して 0.05356 ランク高くなる傾向がある.

- (c) 修学年数が1年長くなると、旧民主党に対する支持感情は平均して3.3%高くなる傾向がある。
- (d) 修学年数が1年長くなると、旧民主党に対する支持感情は平均して0.382ランク高くなる傾向がある。

【採点基準】

- 「平均して」や「傾向がある」は、なくてもよい。
 - (a) 「修学年数が」で1点, 「1%長くなると」で1点, 「旧民主党に対する支持感情は」で1点, 「0.48」で1点, 「%高くなる」で1点。
 - (b) 「修学年数が」で1点, 「1%長くなると」で1点, 「旧民主党に対する支持感情は」で1点, 「0.05356」で1点, 「ランク高くなる」で1点。
 - (c) 「修学年数が」で1点, 「1年長くなると」で1点, 「旧民主党に対する支持感情は」で1点, 「3.3」で1点, 「%高くなる」で1点。
 - (d) 「修学年数が」で1点, 「1年長くなると」で1点, 「旧民主党に対する支持感情は」で1点, 「0.382」で1点, 「ランク高くなる」で1点。
4. (a) β_D が推定できない。 d_i が時点を通じて一定なため。

【採点基準】

- 推定できない係数を答えて5点, 理由を答えて5点。
 - 「一定な」は「変化しない」でもよい。
- (b) β_X と β_D のうち少なくとも一方が0でないとはいえない。

【採点基準】

- 「 β_X と β_D のうち少なくとも一方が」で4点, 「0でない」で2点, 「とはいえない」で4点。
5. (a) 年齢と性別を一定としたうえで、学部での累積 GPA が1高くなると、合格する確率は平均して0.3498高くなる傾向がある。

【採点基準】

- 「学部での累積」や「平均して」や「傾向がある」は、なくてもよい。
 - 一定と仮定するものが年齢であることを示して1点。
 - 一定と仮定するものが性別であることを示して1点。
 - 「一定としたうえで」で1点。
 - 「GPA が」で1点。
 - 「1高くなると」で1点。
 - 「合格する確率は」で2点。
 - 「0.3498」で2点, 「34.98パーセントポイント」でもよい。
 - 「高くなる」で1点。
- (b) GPA

【採点基準】

- GPAであることを示して10点。